

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МИГРАЦИИ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В УСЛОВИЯХ ГИДРАТООБРАЗОВАНИЯ

Плетнева А.Л., студентка,

Русинов А.А., к.ф-м.н, доцент,

Чиглинец И.А., к.ф-м.н, доцент,

Бирский филиал УУНиТ, г. Бирск, Россия

Аннотация: в данной работе представлена математическая модель образования гидратной оболочки на поверхности мигрирующих газовых пузырьков со дна водоёма.

Ключевые слова: Газовые гидраты, гидратообразование, математическая модель, миграция газогидратных пузырьков.

Согласно наблюдениям, в Мировом океане происходят постоянные выбросы метана. Это может быть как естественного, так и техногенного характера. На Сахалинском склоне Охотского моря было обнаружено образование гидратов на поверхности метановых пузырьков, выходящих из-под морского дна [3]. Это происходит на глубинах свыше 400 метров, где условия образования и стабильности гидрата для метана наиболее благоприятны. Однако, механизмы и кинетика образования гидрата на поверхности газовых пузырьков до сих пор мало изучены. Различные факторы, включая начальные условия всплытия пузырьков, качество воды, примеси и воздействие ударных волн, могут влиять на скорость образования гидратов. Однако, две предельные схемы были рассмотрены: в одной гидратная оболочка не оказывает диффузионного сопротивления, а в другой - диффузия метана лимитирует процесс образования гидрата. Предлагается модель потока пузырьков воды с равномерно распределенными источниками газа на дне океана. Этот процесс может быть наблюден на снимках, полученных эхолокацией. Кроме того, при гидратообразовании выделяется тепло, что приводит к повышению

температуры воды и ее стратификации по плотности. Хотя это состояние неустойчиво, в данном случае он может быть не учтен, если масштабы времен гидратообразования и миграции намного меньше времен развития неустойчивости.

Рассмотрим процесс миграции систем газовых пузырьков в условиях образования гидрата, схема которого представлена на рис. 2.1.1. Пусть дно водоема является плоским источником газа, из которого с некоторым известным массовым расходом M_g , отнесенным на единицу площади, выделяются метановые пузырьки. Они поступают в холодную воду и образуют поток газогидратных включений.

Ось z направим вертикально вверх. Будем полагать, что все основные параметры течения трехфазной системы, состоящей из газа, воды и гидрата однородны по сечению. Миграция пузырьков газа происходит в термобарических условиях, способствующих образованию гидратной оболочки.

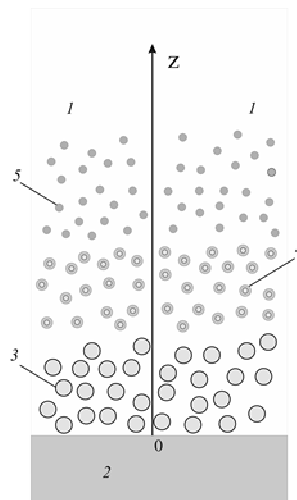


Рис. 1. Схема процесса миграции газогидратных пузырьков:

1 – вода; 2 – газовый источник, 3 – пузырек газа, 4 – газогидратный пузырек, 5 – гидратная частица

Пусть n – число сферических включений в единице объема. Их в дальнейшем будем называть газогидратными частицами (или пузырьками).

Дроблением и слипанием частиц, поднимающихся со скоростью w , будем пренебрегать. Тогда уравнение сохранения их числа запишется в виде:

$$\frac{dn}{dt} + \frac{dnw}{dz} = 0. \quad (1)$$

Запишем уравнения сохранения масс для пузырьков и несущей воды:

$$\frac{\partial \alpha_{gh} \rho_{gh}^0}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_{gh} \rho_{gh}^0 w}{\partial z} = n J_1, \quad (2)$$

$$\frac{\partial (1 - \alpha_{gh}) \rho_l^0}{\partial t} + \frac{\partial (1 - \alpha_{gh}) w_l \rho_l^0}{\partial z} = -n J_1, \quad (3)$$

$$J_1 = (1 - G) J_h,$$

где w_t – скорость воды; J_h и J_1 – интенсивности образования гидрата и расхода воды, идущей на его образование, отнесенные для одного включения; α_{gh} – объемное содержание пузырьков; ρ_{gh}^0 – средняя плотность газогидратного пузырька, определяемая как отношение всей массы пузырька на его общий объем, G – массовое содержание газа в составе гидрата [1,2].

Приведенные уравнения необходимо дополнить кинематическим соотношением

$$\alpha_{gh} = \frac{4}{3} \pi a_{gh}^3 n, \quad (4)$$

где a_{gh} – радиус газогидратного пузырька.

Уравнения импульсов для газогидратных пузырьков и для жидкости в безынерционном приближении соответственно могут быть записаны в виде:

$$-\alpha_{gh} \frac{\partial p}{\partial z} - n f - \alpha_{gh} \rho_{gh}^0 g = 0, \quad (5)$$

$$-(1 - \alpha_{gh}) \frac{\partial p}{\partial z} + n f - (1 - \alpha_{gh}) \rho_l^0 g = 0, \quad (6)$$

$$(w = w_h - w_l),$$

$$f = C_1 \frac{\rho_l^0 w^2 \pi a_{gh}^2}{2}, \quad C_1 = C_1 \left(\text{Re}(\square) \text{Re} \square = \frac{2 a_{gh} \rho_l^0 w}{\mu_l} \right),$$

где f – сила трения между пузырьком и водой, w – скорость миграции газогидратного пузырька относительно жидкости.

Запишем уравнение для изменения температуры жидкости, за счет температурного «следа» пузырьков, возникающего вследствие гидратообразования:

$$\rho_l^0 c_l (1 - \alpha_{gh}) \left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + w_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} \right) = n Q q = 4\pi a_{gh}^2 q, \quad (7)$$

где T_1 и c_l – температура и теплоемкость воды; Q и q – потоки тепла от одного включения и с единицы площади его внешней поверхности. Здесь и далее нижние индексы g, l, h относятся к параметрам газа, воды и гидрата.

Жидкость будем считать несжимаемой, а газ калорически совершенным:

$$\rho_l^0 = \text{const} \quad p_g = \rho_g^0 R_g T, \quad (8)$$

Полагаем, что газогидратный пузырек состоит из газового ядра радиусом a_g и гидратной «скорлупы» (рис. 2.):

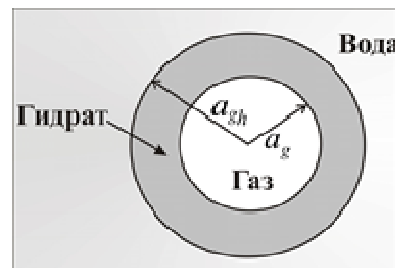


Рис. 2. Схема процесса образования газогидратной частицы при её всплытии

Тогда для его средней плотности имеем:

$$\frac{4}{3} \pi a_{gh}^3 \rho_{gh}^0 = \frac{4}{3} \pi a_g^3 \rho_g^0 + \frac{4}{3} \pi (a_{gh}^3 - a_g^3) \rho_h^0, \quad (9)$$

где ρ_g^0, ρ_h^0 – истинные плотности газовой и гидратной фаз.

Выражение (9) разрешим относительно плотности газогидратного пузырька. Тогда будем иметь:

$$\rho_{gh}^0 = \frac{a_g^3 \rho_g^0 + (a_{gh}^3 - a_g^3) \rho_h^0}{a_{gh}^3}. \quad (10)$$

Следовательно, средняя плотность ρ_{gh}^0 газогидратного пузырька определяется значениями радиусов газового ядра a_g и всего пузырька a_{gh} , а также текущей плотностью газа ρ_g^0 .

В газогидратном пузырьке газ содержится как в свободном состоянии, так и в составе гидрата. Запишем условие постоянства общей массы газа в газогидратном пузырьке как:

$$\frac{4}{3}\pi a_g^3 \rho_g^0 + \frac{4}{3}\pi (a_{gh}^3 - a_g^3) G \rho_h^0 = \frac{4}{3}\pi a_{g0}^3 \rho_{g0}^0, \quad (11)$$

где a_{g0} , ρ_{g0}^0 – исходные значения радиуса и плотности газа в пузырьке.

Будем полагать, что скорость образования гидрата при контакте газа и воды полностью лимитируется интенсивностью отвода тепла, выделившегося при гидратообразовании, жидкостью [4]. Согласно такой схеме, диффузионным сопротивлением гидратной корки пренебрегается, т.е. считается, что она является достаточно рыхлой из-за качества воды и газа, а также волновых возмущений в воде, например. Эта схема является предельной, реализующей наибольший темп образования гидрата.

Для интенсивности потока тепла будем использовать выражение:

$$q = \beta(T_{hs} - T_l), \quad \beta = \frac{\lambda_l \text{Nu}}{2a_{gh}}, \quad (12)$$

$$\text{Nu} = 2 + 0,46 \text{Re}^{0,55} \text{Pr}^{0,33}, \quad \text{Pr} = \frac{\mu_l c_l}{\lambda_l}, \quad \text{Re} = \frac{2a_{gh} \rho_l^0 w}{\mu_l},$$

где T_{hs} – значение температуры на поверхности пузырька; λ_l – коэффициент теплопроводности жидкости; Pr, Re и Nu – приведенные числа Прандтля, Рейнольдса и Нуссельта.

В соответствии выше сказанным, интенсивность образования гидрата и отвод тепла от поверхности газогидратного пузырька жидкостью должны быть связаны условием теплового баланса:

$$J_h = Q/l_h, \quad (13)$$

где l_h – удельная теплота образования гидрата.

Таким образом, предложена теоретическая модель процесса миграции метановых пузырьков в стоячей воде при термобарических условиях образования гидрата.

Литература

1. Васильев В.И., Попов В.В., Цыпкин Г.Г. Численное исследование разложения газовых гидратов, сосуществующих с газом в природных пластах // Механика жидкости и газа. – 2006. – №4. – С.127-134.
2. Веригин Н.Н., Хабибуллин И.Л., Халиков Г.А. Линейная задача о разложении гидратов газа в пористой среде //Изв. АН СССР. МЖГ. – 1980. – № 1. – С. 174-177.
3. Гончаров В.К., Клементьева Н.Ю. Моделирование динамики и условий звукорассеяния газовых пузырьков, всплывающих с больших глубин в море в районах нефтегазовых месторождений // Акустический журнал, 1996, т. 42, № 3, с. 371-377.
4. Гинсбург Г.Д., Соловьев В.А. Субмаринные газовые гидраты. – СПб.: ВНИИОкеангеологии, 1994. – 199 с.